

Lógica

Pruebas interesantes en deducción natural

Damiano Zanardini

GRADUADO/A EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
FACULTAD DE INFORMÁTICA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
`damiano@fi.upm.es`

Curso Académico 2010/2011

Tautología

“tau”: $T \vdash F \vee \neg F$

1:	$\neg(F \vee \neg F)$	supuesto
2:	F	supuesto
3:	$F \vee \neg F$	(2)
4:	$(F \vee \neg F) \wedge \neg(F \vee \neg F)$	(1,3)
5:	$F \rightarrow (F \vee \neg F) \wedge \neg(F \vee \neg F)$	(2-4)
6:	$\neg F$	(5)
7:	$\neg F$	supuesto
8:	$F \vee \neg F$	(7)
9:	$(F \vee \neg F) \wedge \neg(F \vee \neg F)$	(1,8)
10:	$\neg F \rightarrow (F \vee \neg F) \wedge \neg(F \vee \neg F)$	(7-9)
11:	$\neg\neg F$	(10)
12:	F	(11)
13:	$F \wedge \neg F$	(5,12)
14:	$\neg(F \vee \neg F) \rightarrow F \wedge \neg F$	(1-13)
15:	$\neg\neg(F \vee \neg F)$	(14)
16:	$F \vee \neg F$	(15)

Implicación

“imp1”: $T[F \rightarrow G] \vdash \neg F \vee G$

1:	$F \rightarrow G$	premisa
2:	$\neg G$	supuesto
3:	F	supuesto
4:	G	(1,3)
5:	$G \wedge \neg G$	(2,4)
6:	$F \rightarrow G \wedge \neg G$	(3-5)
7:	$\neg F$	(6)
8:	$\neg F \vee G$	(7)
9:	$\neg G \rightarrow \neg F \vee G$	(2-8)
10:	G	supuesto
11:	$\neg F \vee G$	(10)
12:	$G \rightarrow \neg F \vee G$	(10-11)
13:	$G \vee \neg G$	“tau”
14:	$\neg F \vee G$	(9,12,13)

Implicación

“corte”: $T[F \vee G, \neg F] \vdash G$

1:	$F \vee G$	premisa
2:	$\neg F$	premisa
3:	F	supuesto
4:	$\neg G$	supuesto
5:	$F \wedge \neg F$	(2,3)
6:	$\neg G \rightarrow F \wedge \neg F$	(4-5)
7:	$\neg\neg G$	(6)
8:	G	(7)
9:	$F \rightarrow G$	(3-9)
10:	G	supuesto
11:	$G \rightarrow G$	(10)
12:	G	(1,9,11)

Implicación

“imp2”: $T[\neg F \vee G] \vdash F \rightarrow G$

1:	$\neg F \vee G$	premisa
2:	F	supuesto
3:	$\neg F$	supuesto
4:	$F \wedge \neg F$	(2,3)
5:	$\neg F \rightarrow F \wedge \neg F$	(3,4)
6:	$\neg\neg F$	(5)
7:	G	“corte” (1,6)
8:	$F \rightarrow G$	(2-7)

Implicación

- $(F \rightarrow G) \leftrightarrow (\neg F \vee G)$ se obtiene con “imp1”, “imp2”, y el teorema de deducción

“imp”: $T \vdash (F \rightarrow G) \leftrightarrow (\neg F \vee G)$

1:	$F \rightarrow G$	supuesto
2:	$\neg F \vee G$	“imp1”(1)
3:	$(F \rightarrow G) \rightarrow (\neg F \vee G)$	(1-2)
4:	$\neg F \vee G$	supuesto
5:	$F \rightarrow G$	“imp2”(4)
6:	$(\neg F \vee G) \rightarrow (F \rightarrow G)$	(4-5)
7:	$(F \rightarrow G) \leftrightarrow (\neg F \vee G)$	(3,6)